Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

«Решение задачи коммивояжера метода ветвей и границ»

Вариант 12

Выполнил:

Студент 2 курса 6 группы

Трошко Валерия Николаевна

Минск 2021

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Условие:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 24 | 33 | INF | 12 |
| **2** | 12 | INF | 27 | 56 | 72 |
| **3** | 14 | 36 | INF | 86 | 61 |
| **4** | 29 | 46 | 48 | INF | 36 |
| **5** | 81 | 78 | 52 | 25 | INF |

**Ход решения:**

1) Приводим матрицу по строкам

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 24 | 33 | INF | 12 | 12 |
| **2** | 12 | INF | 27 | 56 | 72 | 12 |
| **3** | 14 | 36 | INF | 86 | 61 | 14 |
| **4** | 29 | 46 | 48 | INF | 36 | 29 |
| **5** | 81 | 78 | 52 | 25 | INF | 25 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 12 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 44 | 60 |
| **3** | 0 | 22 | INF | 72 | 47 |
| **4** | 0 | 17 | 19 | INF | 7 |
| **5** | 56 | 53 | 27 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 92

2) Приводим матрицу по столбцам

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 12 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 44 | 60 |
| **3** | 0 | 22 | INF | 72 | 47 |
| **4** | 0 | 17 | 19 | INF | 7 |
| **5** | 56 | 53 | 27 | 0 | INF |
| **aj** | 0 | 12 | 15 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 6 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 0 | 44 | 60 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 72 | 47 |
| **4** | 0 | 5 | 19 | INF | 7 |
| **5** | 56 | 41 | 12 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 27

3) Вычисление нижней границы

4) Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **ai** |
| **1** |  | 0(5) | 6 |  | 0(7) | 6 |
| **2** | 0(0) |  | 0(6) | 44 | 60 | 44 |
| **3** | 0(10) | 10 |  | 72 | 47 | 10 |
| **4** | 0(5) | 5 | 19 |  | 7 | 5 |
| **5** | 56 | 41 | 12 | 0(66) |  | 12 |
| **aj** | 0 | 5 | 6 | 44 | 7 | - |

d(1,2) = 0 + 5 = 5;

d(1,5) = 0 + 7 = 7;

d(2,1) = 0 + 0 = 0;

d(2,3) = 0 + 6 = 6;

d(3,1) = 10 + 0 = 10;

d(4,1) = 5 + 0 = 5;

d(5,4) = 12 + 44 = 66;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (5,4) = 66

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0 | 6 | INF | 0 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 0 | 44 | 60 | 0 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 72 | 47 | 0 |
| **4** | 0 | 5 | 19 | INF | 7 | 0 |
| **5** | 56 | 41 | 12 | INF | INF | 23 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | 52 | 0 | - |

При включении ребра (5,4) исключаем все элементы 5 строки и 4 столбца и заменяем элемент a(4,5) на бесконечность для исключения образования негамильтонова цикла.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** |  | 0 | 6 | 0 | 0 |
| **2** | 0 |  | 0 | 60 | 0 |
| **3** | 0 | 10 |  | 47 | 0 |
| **4** | 0 | 5 | 19 | *7* | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (5,4) равна

H(5\*,4\*) = 119 + 66 = 185

Так как H(5,4) < H(5\*,4\*), то ребро (5,4) включаем данный маршрут с новой границей H = 119

4) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** |  | 0(5) | 6 | 0(7) | 0 |
| **2** | 0(0) |  | 0(4) | 60 | 0 |
| **3** | 0(10) | 10 |  | 47 | 10 |
| **4** | 0(4) | 5 | 4 | *7* | 1 |
| **aj** | 0 | 5 | 4 | 7 | - |

d(1,2) = 0 + 5 = 5;

d(2,1) = 0 + 0 = 0;

d(1,5) = 0 + 7 = 7;

d(2,3) = 0 + 4 = 4;

d(3,1) = 0 + 10 = 10;

d(4,1) = 0 + 4 = 4;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (3,1) = 10

При включении ребра (3,1) исключаем все элементы 3 строки и 1 столбца.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 |  | 0 | 0 |
| **2** | *INF* | 0 | 60 | 0 |
| **4** | 5 | 4 | 7 | 4 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (3,1) равна

H(3\*,1\*) = 119 + 10 = 129

Так как H(3,1) < H(3\*,1\*), то ребро (3,1) включаем данный маршрут с границей H = 119

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 |  | 0 | 0 |
| **2** | *INF* | 0 | 60 | 0 |
| **4** | 5 | 4 | 7 | 4 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

Приводим таблицу по строке:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 |  | 0 | 0 |
| **2** | *INF* | 0 | 60 | 0 |
| **4** | 1 | 0 | 3 | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

Сумма констант приведения: 119 + 4 = 123

5) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | 0(1) |  | 0(3) | 0 |
| **2** | *INF* | 0(60) | 60 | 60 |
| **4** | 1 | 0(1) | 3 | 1 |
| **aj** | 1 | 0 | 3 | - |

d(1,2) = 0 + 1 = 1;

d(1,5) = 0 + 3 = 3;

d(2,3) = 60 + 0 = 60;

d(4,3) = 1 + 0 = 1;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (2,3) = 60

Следовательно, при исключении этого ребра нижняя граница подмножества (2\*,3\*) будет составлять H(2\*,3\*) = 123 + 60 = 183

При включении ребра (2,3) исключаем все элементы 2 строки и 3 столбца.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 |  | 0 |
| **4** | 1 | 3 | 1 |
| **aj** | 0 | 0 | - |

Приводим таблицу по строке:

Сумма констант приведения: 123 + 1 = 124

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | 0(0) |  | 0 |
| **4** | 0(2) | 2 | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (4,3) равна

H(4\*,2\*) = 124 + 2 = 126

Так как H(4,2) < H(4\*,2\*), то ребро (4,2) включаем данный маршрут с границей H = 124

В соответствии с полученной матрицей в гамильтонов маршрут добавляем ребра (4,2), (1,5)

Граф решения данной задачи представлен ниже:

**H = 119 + 4= 123**

**H = 123 + 1= 124**

**H = 92 + 27 = 119**

**H = 119 + 0= 119**

**H = 124 + 0= 124**

**H = 124 + 0= 124**

**H\* = 119 + 66 = 185**

**H = 119 + 10= 129**

**H = 123 + 60= 183**

**H = 124 + 2= 126**

**Решение:**

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(1,5), (5,4), (4,2), (2,3), (3,1)

Длина маршрута равна H = 124

